

1. Il cielo sopra Berlino (problema nr. 2, categoria Junior, Gara Interregionale 2014)

La stella Thuban (α Dra) è circumpolare nella città di Berlino. Quale declinazione ha Thuban se si conoscono le altezze, misurate dal punto cardinale Nord, delle culminazioni superiore $h_{\text{sup}} = 78^{\circ}7'$ e inferiore $h_{\text{inf}} = 26^{\circ}53'$? A che latitudine si trova Berlino?

Parole o espressioni chiave: circumpolare, punto cardinale Nord, culminazione superiore, (culminazione) inferiore

Dati non necessari: Thuban, α Dra

Cenni alla teoria: L'altezza di un oggetto alla culminazione, gli oggetti circumpolari

La culminazione di un oggetto in un dato luogo di osservazione si ha quando l'oggetto passa sul meridiano centrale del luogo, definito come il cerchio massimo passante per lo zenith del luogo e il Polo Nord celeste. Nel corso delle 24 ore ogni oggetto attraversa due volte tale meridiano: una volta dalla stessa parte in cui si trova lo zenith rispetto al Polo Nord celeste (culminazione superiore) e un'altra volta dalla parte opposta a quella in cui si trova lo zenith rispetto al Polo Nord celeste (culminazione inferiore). Se l'oggetto è circumpolare, ovvero non scende mai al di sotto dell'orizzonte del luogo, entrambe le culminazioni risultano osservabili.

L'altezza alla culminazione dipende dalla latitudine del luogo e dalla declinazione dell'oggetto. Queste due non possono essere determinate insieme se si misura l'altezza di una sola culminazione. Analizzando invece l'altezza di ambedue le culminazioni, osservabili grazie al fatto che l'oggetto è circumpolare, si hanno a disposizione due dati (una per ciascuna culminazione) per due incognite (latitudine del luogo e declinazione della stella), che possono quindi essere determinate esattamente.

Per impostare le due equazioni, è necessario che le altezze siano misurate rispetto allo stesso punto. Quindi rispetto all'intersezione del meridiano centrale con l'orizzonte, in direzione Sud (punto cardinale Sud) oppure rispetto all'intersezione del meridiano centrale con l'orizzonte, in direzione Nord (punto cardinale Nord).

In particolare, è evidente che, avvenendo le due culminazioni in punti opposti del cerchio di declinazione centrato sul Polo Nord celeste, la media delle loro altezze sarà pari all'altezza del Polo Nord celeste dal luogo di osservazione considerato, che altro non è che la latitudine, per l'appunto, del luogo di osservazione.

Soluzione

Con i dati assegnati del problema, la latitudine del luogo di osservazione è evidentemente data dalla semplice media fra le altezze alle culminazioni superiore e inferiore:

$$\phi_{\text{Berlino}} = h_{\text{sup}} + h_{\text{inf}} / 2 = 52^{\circ}30' \text{ N}$$

La declinazione di Thuban è allora determinabile altrettanto facilmente:

$$\delta = 90^{\circ} + \phi_{\text{Berlino}} - h_{\text{sup}} = 90^{\circ} + 52^{\circ}30' - 78^{\circ}7' = + 64^{\circ}23'$$